

Sommaire

Préface de Bernard Maitte

Avant-propos

- ▶ Signification de quelques signes typographiques

Introduction

▶ Le contexte de la naissance de la tradition algébrique arabe

- ▶ La période de traduction
- ▶ Les débuts de la production scientifique arabe

L'ALGÈBRE ARABE EN ORIENT MUSULMAN

Les premiers pas de l'algèbre comme discipline

- ▶ La vie et l'œuvre d'al-Khwarizmi
- ▶ Le livre d'algèbre d'al-Khwarizmi
- ▶ Encarts : Origine et évolution du sens du mot algèbre -

Les trois espèces de l'algèbre selon al-Khwarizmi -

Écriture des six équations en symboles actuels -
Démonstration de l'existence des solutions de l'équation

IV - La règle des signes dans le manuel d'Ibn al-Khitr -

Méthodes de fausse position

- ▶ Le livre d'al-Khwarizmi et les traditions algébriques antérieures au IXe siècle

La tradition chinoise - La tradition grecque - La tradition indienne - La tradition babylonienne

- ▶ Deux polémiques autour de l'algèbre

Les pratiques algébriques arabes au IXe siècle

Les apports du Xe siècle

Les nouvelles orientations de l'algèbre aux XIe-XIIe siècles

- ▶ L'arithmétique des polynômes
- ▶ Les systèmes d'équations
- ▶ L'analyse indéterminée
- ▶ Les équations cubiques

- ▶ Algèbre et procédés d'approximation

Les pratiques algébriques en Orient après le XIIe siècle

L'ALGÈBRE ARABE EN OCCIDENT MUSULMAN

Les débuts de l'algèbre en Occident musulman

Les pratiques algébriques à travers les écrits existants

- ▶ L'algèbre entre le Xe et le XIIIe siècle

La tradition du mesurage - Le livre d'algèbre d'al-Qurashi (XIIe s.) - L'Urjuza d'Ibn al-Yasamin (XIIe s.) - Le livre abrégé en algèbre d'Ibn Badr (XIIIe s.) - Le livre d'algèbre d'Ibn al-Banna - Une démonstration algébrique chez Ibn al-Banna

L'algèbre après le XIIIe siècle

- ▶ L'algèbre dans les livres de calcul des XIVe-XVe siècles

- ▶ Le Commentaire d'Ibn Qunfudh
- ▶ Le Commentaire d'Ibn Zakariyya
- ▶ L'ouvrage d'al-Qarawani

L'algèbre arabe en Europe

Encart : Problème du Liber Mensurationum

CONCLUSION

Annexes

- ▶ Biographies succinctes des mathématiciens de la tradition arabe évoqués dans le livre.
- ▶ Quelques types de problèmes d'algèbre extraits d'ouvrages arabes.
- ▶ Témoignages sur les problèmes non résolus par les mathématiciens de la tradition algébrique arabe
- ▶ Lexique des termes techniques
- ▶ Bibliographie générale
- ▶ Index des noms de personnes

Avant-propos

Parmi toutes les disciplines mathématiques qui ont fait l'objet d'enseignements, de recherches et de publications dans le cadre de la civilisation arabo-islamique, et plus précisément entre le IXe et le XVe siècle, l'algèbre est celle qui a bénéficié du plus grand nombre d'études de la part des historiens des sciences, anciens ou modernes.

Ces études, parfois très documentées et très minutieuses, ont porté tour à tour sur les origines de l'algèbre arabe, sur ses débuts, sur son contenu et sa terminologie, sur les différents aspects de son développement, en relation avec d'autres disciplines mathématiques ou avec son environnement et, enfin, sur sa circulation dans l'Europe médiévale (soit directement, soit par l'intermédiaire des traductions).

Grâce aux résultats de ces recherches (dont certaines sont très récentes) et grâce aussi à l'exploitation de documents encore inédits, nous avons tenté de faire le point sur ce qui est connu aujourd'hui du contenu de cette

discipline, de ses grandes orientations et des obstacles auxquels elle s'est heurtée au cours de son développement dans le cadre de la civilisation arabo-musulmane.

Certains points précis de l'histoire de l'algèbre, comme ceux qui sont relatifs à ses origines et à ses débuts, continuent de susciter des interrogations et des débats et font encore l'objet de recherches. Nous n'avons pas jugé nécessaire de leur consacrer des paragraphes indépendants et d'évoquer les différentes hypothèses émises à leur sujet depuis le XIXe siècle. Nous nous sommes contentés de rappeler ce que nous considérons comme les aspects essentiels des traditions antérieures ayant pu avoir des liens avec celle des pays d'Islam et, partant de là, de suggérer nos propres interprétations. Pour les lecteurs désireux de se faire leur propre opinion, nous nous sommes efforcés de rassembler une bibliographie détaillée sur ces différents sujets.

Par contre, nous nous sommes attardés davantage sur des aspects plus tangibles, ceux qui ont trait au contenu de la discipline en soulignant, à chaque fois, leurs éléments de continuité et d'innovation. Dans ce but, nous avons sollicité en priorité les écrits algébriques eux-mêmes (épîtres et traités novateurs, ouvrages d'application ou manuels d'enseignement) qui ont été produits, au centre, à l'Est et à l'Ouest de l'empire musulman, au cours des différentes périodes de cette longue tradition scientifique.

Malgré son titre très ciblé, ce livre ne s'adresse pas à une catégorie particulière de lecteurs. Il a été conçu, essentiellement, comme une introduction à l'histoire de cette discipline. En effet, nous avons essayé, tant au niveau de la rédaction que de la présentation globale, de rendre le contenu accessible, en grande partie, à des non-spécialistes. Nous avons donc évité, le plus possible, les développements techniques et avons mis l'accent sur les orientations essentielles des activités algébriques, laissant le soin au lecteur désireux d'aller plus loin de se frayer de nouveaux chemins en se guidant avec la bibliographie.

Pour varier le contenu du livre et en rendre la lecture plus attrayante, nous avons présenté en annexe les biographies de tous les mathématiciens de la tradition arabe que nous avons évoqués (même s'ils n'ont pas été des sujets d'un pouvoir musulman), avec des références précises aux écrits qu'ils ont consacrés à l'algèbre et à ses applications.

Toujours dans le but de rendre ce contenu plus accessible, nous avons regroupé, dans une annexe, les définitions des mots techniques qui ne sont pas familiers aux lecteurs non initiés. À certains d'entre eux qui ont un lien direct avec la tradition algébrique arabe, nous avons consacré des encadrés, insérés dans le corps du texte et dans lesquels nous avons présenté des éléments étymologiques, historiques ou mathématiques.

Mais nous avons également conçu ce livre comme un instrument de travail. À cet effet, nous avons rassemblé, sous forme de fiches, toujours dans le corps du texte, un ensemble de matériaux puisés dans des sources arabes parfois inédites et constitués de réflexions, de commentaires, d'opinions, de procédures, ou de démonstrations. Nous avons également mis en annexe un choix de problèmes, puisés dans des traités d'algèbre d'Orient et d'Occident musulmans. Il s'agit de traductions réalisées à partir des éditions publiées, et parfois à partir de manuscrits. Ces outils peuvent concerner deux types d'utilisateurs : ceux qui s'intéressent au contexte dans lequel s'est réalisée la pratique algébrique arabe, et ceux qui souhaitent approfondir leurs connaissances sur les aspects techniques de l'algèbre ou puiser quelques exemples pour enrichir leur enseignement. Pour faciliter la tâche à cette seconde catégorie de lecteurs, nous avons fait suivre chaque problème de l'écriture moderne de sa résolution.

Nous devons enfin préciser que, depuis deux décennies, un certain nombre d'ouvrages d'algèbre arabe a bénéficié d'une édition critique accompagnée parfois d'une analyse mathématique et d'un commentaire historique. Mais, la majorité de ces travaux n'est pas accompagnée d'une traduction française des textes édités ; et ceux qui l'ont été ont eu une diffusion très restreinte. Nous avons donc été amenés à traduire (et parfois à retraduire) la plus grande partie des documents algébriques présentés dans ce livre. Par ailleurs, n'ayant pas toujours eu la possibilité de disposer de toutes les copies des textes que nous avons choisis (sauf lorsqu'ils étaient déjà édités selon les normes internationales), nous nous sommes contentés de faire la traduction à partir de la seule copie qui nous était accessible. Mais nous avons veillé, dans la mesure du possible, à ce que notre traduction s'éloigne le moins possible du texte original, en allant jusqu'à reproduire les ambiguïtés du texte arabe lui-même.

Dans l'exposé des différents moments de l'histoire de l'algèbre arabe, nous avons délibérément distingué deux aires géographiques, l'Orient et l'Occident musulmans. La première englobe tout le Proche Orient et l'Asie Centrale (jusqu'aux frontières de l'Inde et de la Chine), alors que la seconde est limitée au Maghreb et à l'Andalus. Malgré l'unité culturelle et scientifique de ces deux grandes régions de l'empire, des éléments spécifiques à chacune d'elles nous ont amenés à les distinguer au niveau de la présentation. Parmi ces éléments, il y a le rôle moteur joué par l'Orient dans la phase de maturation qui a précédé l'avènement de l'algèbre comme discipline nouvelle, puis dans la phase de développement de ses différents chapitres. Il y a également le rôle joué essentiellement par l'Occident musulman, à partir du XIIIe siècle, dans la circulation, vers l'Europe, d'une partie de la production algébrique arabe. À ces deux raisons essentielles, il faudrait ajouter quelques spécificités liées aux pratiques mathématiques de chacune des deux régions. Mais ces arguments n'expliquent pas pourquoi la production algébrique de l'Occident musulman occupe, dans ce livre, une place aussi importante, quantitativement parlant, que celle de l'Orient musulman. La raison en est simple : contrairement à la production algébrique arabe d'Orient, celle de l'Occident était, jusqu'aux alentours de 1980, peu connue malgré quelques travaux pionniers dans ce domaine réalisés entre la fin du XIXe siècle et 1970. Mais les recherches de ces vingt-cinq dernières années ont permis d'exhumer et d'analyser un certain

nombre de documents produits, entre le Xe et le XVe siècle, en Andalus et au Maghreb et, partant de là, d'inscrire les résultats des recherches anciennes dans une perspective plus large. Comme ces documents renouvellent sensiblement notre connaissance sur la contribution de ces deux régions de l'empire musulman, il nous a semblé utile d'en évoquer les contenus.

Dans la transcription des noms d'auteurs et des mots arabes, nous avons adopté l'alphabet en usage dans les écrits spécialisés. Il ne diffère de l'alphabet habituel que pour certains phonèmes qui n'existent pas dans la langue française. Son utilisation permet de respecter la phonétique arabe et fournit à certains lecteurs le moyen de poursuivre leurs investigations dans les travaux de recherche que nous signalons dans la bibliographie générale.

Pour authentifier ou appuyer nos affirmations, nous aurions dû annoter abondamment le texte, comme cela se fait dans des ouvrages érudits ou dans des articles de recherche et, surtout, faire référence, explicitement, à tous les travaux de recherche ou de vulgarisation que nous avons lus et exploités. Mais nous avons volontairement abandonné cette option dans le seul but d'alléger le contenu du livre et nous nous sommes contentés de signaler, dans la bibliographie générale, toutes les sources inédites et tous les travaux que nous avons consultés. Les seules références que nous avons mises en bas de page concernent les citations et les énoncés des propositions mathématiques placés dans les encadrés.

Nous concluons cet avant-propos à la manière de certains des maîtres d'Orient et d'Occident que nous avons fréquentés pendant un quart de siècle, à travers leurs manuscrits, et qui ont contribué, chacun à son niveau, au développement de la tradition algébrique arabe : nous nous sommes décidés d'écrire ce modeste ouvrage pour répondre aux sollicitations amicales et pressentes de collègues et d'amis enseignants de France et du Maghreb, qui souhaitaient voir rassemblés les éléments essentiels de ce qui a été exhumé par les chercheurs, depuis le milieu du XIXe siècle, en matière de pratiques algébriques dans le cadre de la civilisation arabo-musulmane. Et comme le faisaient aussi nos maîtres de l'âge classique, nous sollicitons l'indulgence des lecteurs pour les imperfections qu'ils ne manqueront pas de découvrir dans ce travail. Nous serions pleinement satisfaits si son contenu réussissait à stimuler leur curiosité d'en savoir plus et à susciter de nouvelles vocations pour la poursuite des recherches sur l'étude du patrimoine mathématique arabe.

C'est-à-dire tous les écrits algébriques écrits en langue arabe, qu'ils aient été produits par des mathématiciens arabes ou non arabes, musulmans ou non musulmans. À ce corpus, il faudrait ajouter tous les ouvrages écrits dans d'autres langues mais qui s'inscrivent dans la tradition algébrique qui est née et qui s'est développée entre le IXe et le XIIe siècle. C'est le cas, en particulier, des écrits en persan, en hébreu et en turc. Certains écrits en latin des XIIe-XIIIe siècles sont également à prendre en considération. Andalus : entité géopolitique et culturelle, aux frontières fluctuantes, comprenant l'ensemble des territoires de l'Espagne et du Portugal qui ont été intégrés à l'empire musulman depuis 711, date du début de la conquête de la Péninsule ibérique, jusqu'à 1492, année de la chute de Grenade et de la fin de la Reconquista. Pour éviter les répétitions, nous utiliserons également l'expression Espagne musulmane pour désigner cette entité.

Préface

C'est avec un grand plaisir que j'ai accepté d'écrire la préface de ce beau livre *L'algèbre arabe*, genèse d'un art. L'auteur, Ahmed Djebbar, possède en effet des qualités rares. C'est un chercheur rigoureux, à qui l'on doit d'avoir retrouvé et porté à notre connaissance nombre de manuscrits mathématiques de l'Occident musulman et qui, en grand professeur, anime une équipe de docteurs et de doctorants qu'il lance en pionnier à la découverte de l'histoire des mathématiques, principalement du Maghreb et de l'Espagne musulmane.

C'est aussi - et tous ceux qui ont suivi ses cours ou assisté à ses conférences peuvent en témoigner - un merveilleux conteur qui, tel un griot, captive, passionne, donne l'intelligence d'un contexte, d'une perspective, d'une idée à des publics variés, qu'ils soient composés d'élèves du secondaire ou de chercheurs réunis dans un colloque.

Ahmed Djebbar œuvre ainsi pour la dignité de sa culture première et pour la reconnaissance de la place éminente qu'elle occupe dans le patrimoine de l'humanité. Loin des thuriféraires de la splendeur passée, des dogmatiques de tous poils, il se sert de l'histoire pour contribuer à éclairer le présent et veut que se renforce une citoyenneté nourrie d'humanisme et de la rencontre de l'autre. On le comprend, ce qui caractérise le plus l'auteur de ce livre, c'est la générosité radieuse et accueillante.

Le livre précisément. En le lisant, le non-spécialiste du sujet que je suis ressent une curieuse impression, un peu analogue à celle de quelqu'un qui découvre les ruines d'une ville jadis florissante. La perception est saisissante. Les restes épars témoignent de la grandeur des bâtisseurs, de leur génie. Chaque élément particulier participe à l'ensemble. Mais quel rôle jouaient ces débris ? Comment prenaient-ils place ? Pour quelle signification ? Ayant découvert des restes, il faut les observer, les analyser, les restituer avant que d'espérer reconstruire la partie de laquelle ils se sont détachés, comprendre leurs fonctions, émettre des thèses quant à leurs relations, à leur contextualisation.

Les témoins dont nous parle L'algèbre arabe sont des manuscrits, infiniment peu nombreux par rapport à une production qui a, d'évidence, été riche et importante. Ces reliques montrent d'abord et surtout l'ampleur de notre méconnaissance. Parmi les textes qui ont été exhumés, il y a plus de manuels que de références, plus de sources secondaires que d'œuvres originales. C'est la grande qualité d'Ahmed Djebbar que de restituer ces fragments, de les montrer, de les désigner, d'en dégager le sens, plutôt que de se livrer trop hâtivement à une improbable reconstruction. Cette méthode rigoureuse montre les acquis, énonce les questions ouvertes, les recherches à effectuer si l'on veut progresser dans la connaissance de l'algèbre arabe.

Cet art ne naît pas de rien : c'est la force de la civilisation arabo-musulmane que de s'être appropriée et nourrie de pratiques, de techniques, de procédés, de traditions, d'idées préexistants dans les civilisations rencontrées lors de son expansion. C'est sa richesse d'avoir pu faire évoluer - ô combien - un art qui n'avait pas encore la dignité de la géométrie ou de la théorie des nombres. C'est sa spécificité que d'avoir permis à des auteurs s'exprimant en langue arabe, et d'origines et de confessions diverses, de contribuer à l'épanouissement de cet art. C'est sa caractéristique, dans une aire géopolitique allant de l'Inde aux Pyrénées, de posséder une grande unité culturelle et scientifique qui a permis à son Orient de jouer un rôle moteur dans la maturation de l'algèbre, à son Occident maghrébo-andalou de tenir un rôle prééminent dans une partie de son développement et sa circulation vers les pays latins.

Les pays latins s'approprient, diversement, l'art de l'algèbre à partir du XIII^e siècle. Ils le poussent plus loin et ailleurs, lui donnent l'aspect que nous connaissons, celui d'une science. Cette phase d'appropriation et de dépassement se fait dans une filiation arabo-musulmane assumée. Il faudra qu'aux XV^e et XVI^e siècles des événements importants de la politique méditerranéenne (chute de Byzance, bataille de Lépante, ...) interviennent pour qu'un regard nouveau soit porté par les latins sur le monde musulman. L'origine de l'algèbre sera alors gommée, ne restant présente que dans son nom. Aujourd'hui, ce regard n'est pas forcément renouvelé, ni chez le public occidental ni chez les sectateurs d'une grandeur passée magnifiée à l'excès.

On le comprend : ce livre est éclairant pour tous les hommes épris de culture, qu'ils soient ou non férus d'algèbre. Il est précieux aussi aux mathématiciens à qui il montre l'origine d'une partie de leur savoir. Il est indispensable pour les chercheurs qui y trouveront les perspectives et les voies permettant d'orienter leurs investigations. Il pose enfin dans notre monde une question politique qui reste en filigrane. N'est-ce pas lorsqu'elles se constituent aux yeux de l'autre en s'appuyant sur la richesse de l'altérité que les civilisations prospèrent et s'épanouissent ? N'est-ce pas lorsqu'elles rejettent l'autre qu'elles régressent et se réifient ?

Bernard Maitte

Professeur d'histoire et d'épistémologie de la physique
Université des sciences et des technologies de Lille

Revue de presse

APMEP - Plot, n°17, 01/2007

"Ahmed Djebbar est un conférencier hors pair, qui passionne son auditoire, qu'il s'adresse à des professeurs de mathématiques, à des élèves ou au grand public. (...) Bonne lecture à tous."

Valérie Larose

L'Humanité

« Traduisant des documents et manuscrits inédits, Ahmed Djebbar fait revivre le bouillonnement culturel d'une périodemajeure de l'histoire du savoir. Son ouvrage met à la disposition d'un large public les découvertes et les analyses les plus récentes. »

É. Hébert

La Recherche

« [...] L'auteur s'intéresse ici à cette époque de rayonnement du monde arabe qui va du IX^e au XV^e siècle. »

Vient de paraître, Ministère des Affaires étrangères, n°22, sept. 2005

« [...] Son ouvrage précédent, *Une histoire de la science arabe* (Le Seuil), faisait déjà référence. [...] Contrairement à la production algébrique arabe d'Orient, celle de l'Occident était peu connue. Les recherches de ces vingt-cinq dernières années ont permis d'exhumer un certain nombre de documents produits en Andalousie et au Maghreb entre le X^e et le XV^e siècle, renouvelant notre connaissance [...]

Ahmed Djebbar évite le plus possible les développements techniques. De nombreux encarts fournissent les sources arabes [...] avec la traduction en langage et/ou en symboles actuels. En annexe [...] et quelques problèmes types comprenant toujours la traduction en « écriture moderne » »

Jean-Pierre Luminet

L'algèbre arabe par **Ahmed Djebbar**

document de présentation pour en savoir plus sur l'ouvrage- © Adapt-Snes éditions